

## Einleitung

Die Baustatik ist die Lehre von der Stabilität von Tragwerken im Bauwesen. Ihr Ziel ist es mittels analytischer und grafischer Verfahren aus äusseren Einwirkungen auf Tragwerke auf innere Spannungen und Verformungen zu schliessen.

Der vorliegende Aufsatz über die Geschichte der Baustatik stellt eine kurze Zusammenfassung dar, ohne Anspruch auf Vollständigkeit.

## Die Anfänge des Bauens

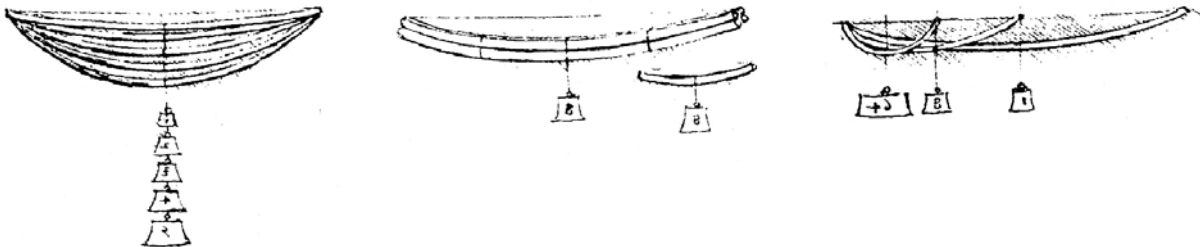
Am Anfang wurden Bauten ohne vorgängige statische Berechnungen errichtet. Durch Versuch und Irrtum entwickelte sich eine gewisse Erfahrung, welche in spätere Konstruktionen einfluss. Obwohl schon früher mathematische und physikalische Grundsätze bekannt waren, änderte sich dies erst Mitte des 18 Jahrhunderts, als *Tommaso Le Seur*, *Francesco Jacquier* und *Rugjer Josip Bošković* erstmals eine umfassende analytische Betrachtung eines Tragwerks vornahmen. Es handelte sich dabei um eine Schadensuntersuchung an der Kuppel des Petersdoms. Aufgrund dieser Berechnungen wurden schliesslich die Sanierungsmassnahmen entworfen.

Vor dieser ersten Statik wurden zwar auch Berechnungen zur Planung von Bauten angestellt, wie dies z.B. die Materialausnutzung des Pantheons in Rom (ca. 110 v.Chr.) deutlich zeigt, aber noch nie wurden so umfangreiche Berechnungen angestellt, die es ermöglicht haben eine Baumassnahme vollständig zu planen, bevor die Ausführung in Angriff genommen wurde.

## Mathematische und physikalische Grundlagen

Bereits im zweiten Jh. v.Chr. formulierte *Archimedes* das Hebelgesetz und legte damit den Grundstein für die Baustatik. Auch heute noch ist das Momentengleichgewicht (Hebelgesetz) ein wichtiger Bestandteil statischer Berechnungen.

Im 15. Jh. stellte *Leonardo da Vinci* erste Überlegungen an zur Durchbiegung eines einfachen Balkens unter zentrischer Einzellast. Er kam zum Schluss, dass sich die Verformung proportional zur Last verhält. Seine Überlegungen zum Einfluss der Trägerlänge und des Querschnitts auf die Verformung waren jedoch falsch.



Im Jahr 1568 präzierte *Simon Stevin* den Gleichgewichtsbegriff. Er entdeckte auch erstmals, dass Kräfte in einzelne Komponenten zerlegt werden können, war aber nicht in der Lage dies analytisch zu begründen. Die Anwendung dieses Prinzips ist aber erst Ende des 17. Jh. nachweisbar. Zu dieser Zeit gelang es *Pierre de Varignon* auch diesen Grundsatz der Statik analytisch zu beweisen.

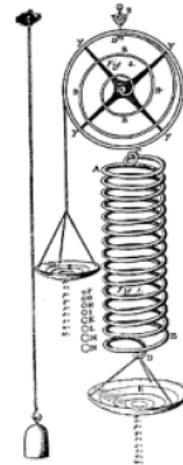
Ende des 17. Jh. entdeckte *Robert Hooke*, dass ein linearer Zusammenhang zwischen der Verformung und der Rückstellkraft von Uhrfedern besteht. *Hook* stellte auch fest, dass sich Kragarme aus Holz analog verhalten. Damit formulierte er erstmals das lineare Stoffgesetz.

*Sir Isaac Newton* vervollständigte 1687 die Grundlagen der Baustatik mit der Formulierung der nach ihm benannten Gesetze.

1. Trägheitsgesetz – Ein Körper befindet sich in Ruhe oder bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit, wenn die Summe der einwirkenden Kräfte und Momente gleich Null ist (Gleichgewichtsbedingungen).

2. Kraftgesetz – Die Beschleunigung eines Körpers verhält sich proportional zur einwirkenden resultierenden Kraft (unter der Annahme, dass die Masse des Körpers während der Bewegung konstant bleibt).

3. Gegenwirkungsprinzip – Eine Einwirkung erzeugt immer eine gleich grosse, entgegengesetzt wirkende Rückwirkung ( $actio = reactio$ ).



## Anwendung der Grundlagen

Ende des 18. Jh. befasste sich *Leonhard Euler* mit verschiedenen Problemen der Baustatik. Die wohl bekannteste Errungenschaft *Eulers* sind seine Untersuchungen bezüglich dem Knicken eines Stabes unter Normalkraft. Er war aber auch massgeblich an der Weiterentwicklung der Balkentheorie beteiligt. *Euler* löste auch erstmals ein statisch unbestimmtes Problem. Er berechnete die Auflagerreaktionen eines vierbeinigen Tisches. Er betrachtete den Tisch als starren Körper, der auf elastischen Federn gelagert ist.

Anfang des 19. Jh. erkannte *A. A. Vène*, dass statisch unbestimmte Probleme unendlich viele Schnittkraftzustände besitzen, welche die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen.

*Johann Albert Eytelwein* und *Claude Henri Navier* befassten sich anschliessend mit einem speziellen statisch unbestimmten Problem von grosser Bedeutung – dem Durchlaufträger. Sie berücksichtigten dabei auch die Elastizität des Materials, wie es von *Robert Hooke* beschrieben wurde.

*Navier* verfasste auch die erste umfassende Dokumentation über die Baustatik, wie sie sich zu dem Zeitpunkt darstellte.

Ende des 18. Jh. entwickelte *Charles Augustin de Coulomb* auch seine Theorien zur Erddruckberechnung und zur Torsion. Er befasste sich aber auch mit dem Tragverhalten von Gewölben und vollendete die Überlegungen zum Biegebruch von *Gallilei*.

Noch Wichtiger aber war *Coulombs* Definition der Baustatik als eigenständige technische Wissenschaft.

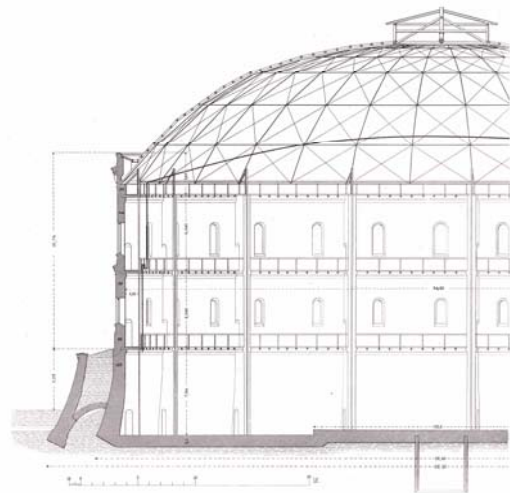
Mitte des 18. Jh. befasste sich *Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant* mit dem Problem der Torsion. Er erkannte, dass bei dickwandigen Querschnitten unter Torsionsbeanspruchung die von *Jakob Bernoulli* gemachte Annahme, dass die Querschnitte eines Stabes eben bleiben, nicht gilt. Unter Torsionseinfluss verwölben sich die Querschnitte.

## Entwicklung und Anwendung baustatischer Verfahren

Mitte des 19. Jh. befasste sich *Karl Culmann* intensiv mit den Fachwerken und entwickelte erstmals grafische Verfahren zur Berechnung der Stabkräfte. Nach der Besichtigung mehrerer teilweise stark beschädigter Brücken entwickelte er zwei einfache Grundsätze zur Ausbildung von Fachwerken. Erstens sollten die Füllstäbe zwischen Ober- und Untergurt so angeordnet werden, dass sie Dreiecke bildeten. Zweitens sollten alle Anschlüsse gelenkig ausgeführt werden. Dies hatte den Vorteil, dass die Fachwerke statisch bestimmt waren und damit keine Zwängungen aufwiesen.

Zur gleichen Zeit machte sich *Johann Wilhelm Schwedler* Gedanken über statisch bestimmte Fachwerke. Er kam im Wesentlichen zu denselben Schlussfolgerungen wie *Culmann*. Als Folge seiner Fachwerktheorie entwickelte *Schwedler* Brückenträger mit nach oben gekrümmtem Obergurt (Schwedler-Träger). Dabei sollten die Diagonalen des Fachwerks nur auf Zug belastet werden, weshalb *Schwedler* die Richtung der Diagonalen in der Mitte umkehrte. Später entwickelte er daraus auch den Dreigelenkbogen.

Die Schwedler-Kuppel kam erstmals bei der Überdachung eines Gasbehälters zum Einsatz. Sie bestand aus einem räumlichen Fachwerk.



Ebenfalls Mitte des 19. Jh. entwickelte *Gustav Robert Kirchhoff* die Plattentheorie. Er machte dabei unter anderem die Annahme, dass die Normalkraft in der Platte vernachlässigt werden kann. Er untersuchte erstmals flächige Tragwerke ohne diese in Stäbe aufzulösen.

*August Ritter* entwickelte Ende des 19. Jh. das nach ihm benannte Schnitt-Verfahren zur Berechnung von Stabkräften in Fachwerken, wie sie von *Culmann* beschrieben wurden. *Culmann* und *Ritter* entwickelten auch weitere Verfahren zur grafischen Berechnung von Stabschnittkräften und verhalfen so der grafischen Statik zum Durchbruch.

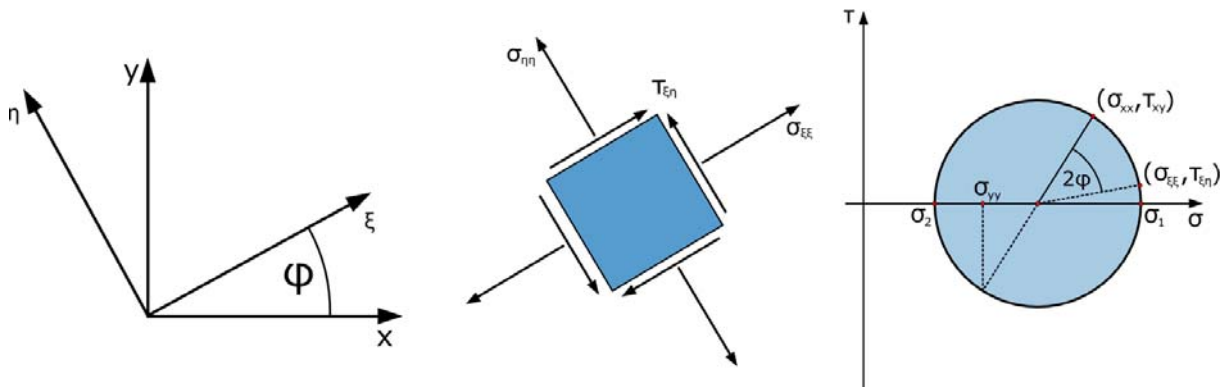
Ein weiteres grafisches Verfahren zur Berechnung der Schnittkräfte eines statisch bestimmten Fachwerks entwickelte *Antonio Luigi Cremona*. Der so genannte Cremona-Plan beruht darauf, dass an allen Fachwerksknoten Gleichgewicht herrschen muss und dass die Stabkräfte in Richtung des jeweiligen Stabs verlaufen.

Obwohl *James Clerk Maxwell* heute vor allem durch seine Forschungen auf dem Gebiet des Elektromagnetismus bekannt ist, entwickelte er auch wesentliche Bestandteile der Baustatik. So stellte er einfache Abzähl-Kriterien auf um anhand der Anzahl Knoten und Stäbe eines Gelenkfachwerks dessen statisch (un-)Bestimmtheit zu errechnen. Ausserdem wendete er den allgemeinen Arbeitssatz auf statisch bestimmte Fachwerke an, um die Verformung eines bestimmten Knotens zu errechnen (Prinzip der virtuellen Arbeiten).

Nach den Untersuchungen an statisch bestimmten Fachwerken wandte sich *Maxwell* den statisch unbestimmten Tragsystemen zu und entwickelte aus seinen Erkenntnissen ein Verfahren zur Berechnung der Schnittkräfte eines solchen Systems. Dabei führte er das Problem auf die Lösung eines statisch bestimmten Ersatzsystems zurück (Kraftmethode).

Eine weitere Verallgemeinerung der Theorie für statisch unbestimmte Fachwerke erfolgte Ende des 19. Jh. durch *Christian Otto Mohr*. Er befasste sich auch mit der grafischen Ermittlung der Biegelinie, indem er diese als Seilkurve betrachtete. Bisher war eine Berechnung der Biegelinie nur rechnerisch durch doppelte Integration möglich.

Die wohl bekannteste Errungenschaft *Mohrs* ist die von ihm entwickelte grafische Methode zur Ermittlung der Hauptspannungen des ebenen Spannungszustands (Mohr'scher Spannungskreis).



Immer noch Ende des 19. Jh. entwickelte *Carlo Alberto Castigliano* den nach ihm benannten Satz, mit dessen Hilfe Verformungsgrössen an beliebig belasteten statisch unbestimmten Systemen punktweise bestimmt werden können.

In den letzten Jahren des 19. Jh. befasste sich ein weiterer Ingenieur mit Fachwerken. *Arthur Vierendeel* untersuchte Fachwerke mit biegesteif angeschlossenen Knoten ohne Diagonalen. Diese Bauweise hat, insbesondere beim Bau von Stahlbrücken, zu erheblichen Kostenersparnissen geführt. Allerdings zweifelte *Christian Otto Mohr* an der Zuverlässigkeit der Berechnungen mit den damaligen Methoden. Üblicherweise wurde der Vierendeel-Träger mit einem einfachen Balkenmodell berechnet, das eine solche Konstruktion nur ungenügend abbildet. Deshalb forderte *Mohr*, dass für Vierendeel-Träger geringere zulässige Spannungen gelten sollten, als für Gelenkfachwerke. Damit war der wirtschaftliche Vorteil der Vierendeel-Träger nicht mehr gegeben.

## Die Baustatik im 20. und 21. Jahrhundert

Um 1920 entwickelte *Asger Skovgaard Ostenfeld* das als Deformationsmethode bekannte Verfahren zur Berechnung von innerlich statisch unbestimmten Fachwerken. Die von *Ostenfeld* beschriebene Vorgehensweise basierte auf den Überlegungen von *Manderla*, der schon Ende des 19. Jh. eine Verformung als überzählige Grösse eines statisch unbestimmten Problems einführte. Die Deformationsmethode wurde bald darauf von *Robert Mann* auf räumliche Problemstellungen verallgemeinert.

Dank der Möglichkeit die Deformationsmethode in Matrizenform zu formulieren, gelang es später auch dieses Verfahren zur elektronischen Berechnung zu verwenden. Die dazu notwendigen iterativen Verfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme wurden von *Kurt Beyer* entwickelt.

In den 1920-er Jahren stiess die Deformationsmethode mit der Verbreitung des Hochhausbaus an ihre Grenzen. Die hochgradig statisch unbestimmten Systeme konnten nur noch mit grossem Zeitaufwand berechnet werden. Abhilfe schafften iterative Verfahren, wie das von *Hardy Cross*, die es ermöglichten auch komplexe Systeme mit vergleichsweise geringem Aufwand zu berechnen.

Das Verfahren nach *Cross* wurde um 1950 von *Gaspar Kani* weiter entwickelt, so dass auch die Knotenverschiebungen berücksichtigt werden konnten. Der Rechenaufwand für statisch hochgradig unbestimmte Systeme sank beträchtlich.

Bis in die 1970-er Jahre waren iterative Berechnungsverfahren nach *Cross* und *Kani* aus dem Alltag des Ingenieurs nicht mehr weg zu denken, doch mit der Entwicklung von elektronischen Rechensystemen rückten andere Verfahren in den Vordergrund.

Erste elektronische Berechnungen griffen wieder auf die Deformationsmethode zurück, da die Abbildung des statischen Systems in Matrizen und die numerische Lösbarkeit des daraus resultierenden Gleichungssystems eine unabdingbare Voraussetzung ist für die elektronische Berechnung.

Erste Schritte in Richtung der heute weit verbreiteten Finite-Element-Methode (FEM) unternahm *Alexander Hrennikoff* bereits in den 1940-er Jahren. Er befasste sich mit Stabmodellen als Ersatz für flächige Tragwerke. Ende der 1950-er Jahre wurde die FE-Methode erstmals zur Berechnung von Tragflächen für Flugzeuge eingesetzt.

1967 veröffentlichte *Olgierd Cecil Zienkiewicz* das erste Standardwerk zur Anwendung der FE-Methode in der Baustatik.

Heute wird bei elektronischen Berechnungen fast ausschliesslich diese Methode verwendet, um Baustatische Probleme zu lösen.

Dank der heute zur Verfügung stehenden Rechenleistung werden immer öfter dreidimensionale Modelle mit Hilfe der FE-Methode berechnet. So kann das räumliche Zusammenwirken verschiedener Bauteile z.B. von Abfangdecken realitätsnah abgebildet und die daraus resultierenden Effekte berücksichtigt werden.